Grenzwerte (Verhalten im Unendlichen)

Zum Video…

Wie verhält sich die Funktion im Unendlichen?

$$f(x) = -2x^3 + x^2 - 2x + 5$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} -2x^3 + x^2 - 2x + 5$$

$$\approx \lim_{x \to \infty} -2x^3 = -\infty$$

"Nur die höchste Potenz hat eine Auswirkung"

➔ **Vergiss nicht auch das Verhalten im „Minus Unendlichen" zu betrachten! ☺**

$$f(x) = \frac{3x + 2}{x} = \frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}} + \frac{2}{x}$$

$$\lim_{x \to \infty} 3 + \frac{2}{x} = 3 + 0 = 3$$

Notfallplan:
Mit hohen Zahlen ausprobieren!

Bestimme das Verhalten im Unendlichen der Funktion f(x) und g(x).

Aufgaben

$$f(x) = \frac{1}{x^3} + 2x^2 - 5 + x^4$$

$$g(x) = \frac{-2}{x^4} * x^3 - 7$$

Um das Verhalten im Unendlichen zu bestimmen, musst du wie gelernt den Limes von x gegen Unendlichen und x gegen minus Unendlichen bestimmen.

1.) **Verhalten im Unendlichen von f(x)**

$$f(x) = \frac{1}{x^3} + 2x^2 - 5 + x^4$$

Diese Aufgabe ist ziemlich einfach zu lösen, indem man die höchste Potenz betrachtet (x^4). Da x^4 nicht unter einen Bruchstrich steht, hat nur es im hohen Zahlenbereich eine Auswirkung. Probiere es einfach mal mit hohen Zahlen aus! Also gilt:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^3} + 2x^2 - 5 + x^4 \approx \mathbf{\lim_{x\to\infty} x^4 = \infty}$$

Analog lässt sich das jetzt noch für minus Unendlich durchführen:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^3} + 2x^2 - 5 + x^4 \approx \mathbf{\lim_{x\to-\infty} x^4 = \infty}$$

Da x^4 eine gerade Potenz ist, wird „Minus Unendlich hoch 4“ zu plus Unendlich.

2.) **Verhalten im Unendlichen von g(x)**

$$g(x) = -\frac{2}{x^4} * x^3 - 7$$

Hier ist es wichtig zu erkennen, dass man die Funktion noch vereinfachen kann, indem man das x^3 noch über den Bruch zieht und dann kürzt.

$$g(x) = -\frac{2 * x^3}{x^4} - 7 = -\frac{2}{x} - 7$$

Hier steht die höchste Potenz ($x^1 = x$) unter dem Bruchstrich. Wenn so etwas vorkommt, muss es gleich Alarm schlagen. D.h. du musst aufpassen!

Wenn man x gegen Unendlich laufen lässt, so wird der Bruch (2/x) immer kleiner, bis er schließlich gegen null geht. Denn wenn man etwas durch eine immer höhere Zahl teilt, wird das Ergebnis immer kleiner! Und bei Unendlich eben null. Probiere es einfach wieder mit kleinen Zahlen aus.

Das heißt der Bruch geht gegen Null. Und dann bleibt einfach die -7 übrig.

$$\lim_{x\to\infty} g(x) = \mathbf{\lim_{x\to\infty} -\frac{2}{x} - 7 = -7}$$

Bzw.

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \mathbf{\lim_{x\to-\infty} -\frac{2}{x} - 7 = -7}$$